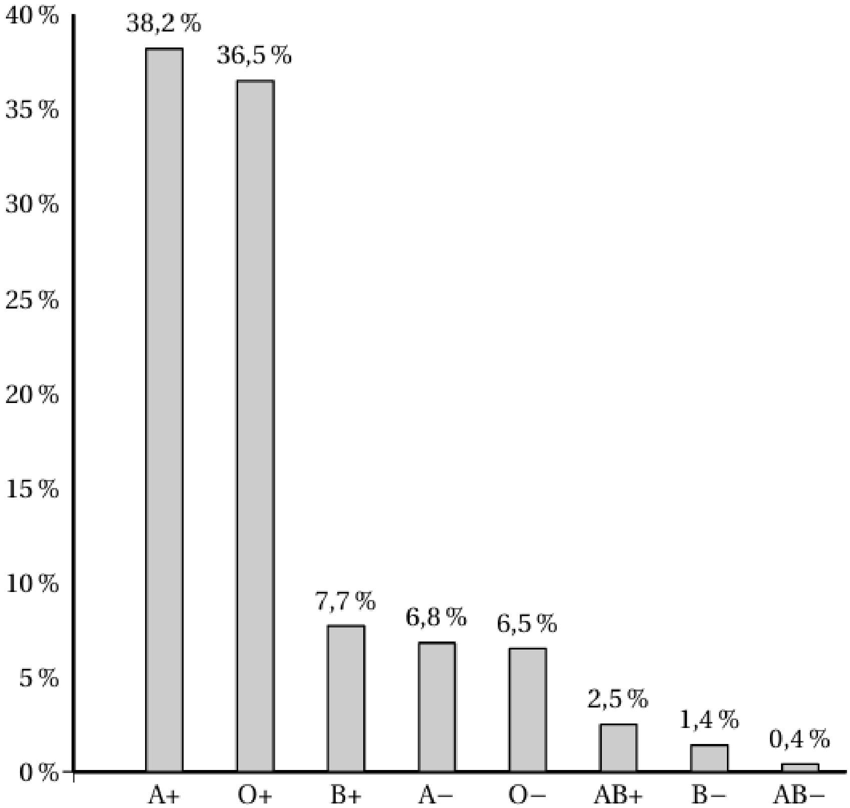
Baccalauréat Amérique du Sud 22 novembre 2024

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

Exercice 1 — 5 points

Voici la répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France :



Source : https ://fr.statista.com !statistiques/6 56036/ groupes-sanguins-repartition-rh- france/

A+, O+, B+, A−, O−, AB+, B− et AB− sont les différents groupes sanguins combinés aux rhésus.

Par exemple : A + est le groupe sanguin A de rhésus +.

Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard dans la population française et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus.

Dans l'exercice, on adopte les notations du type :

$A+$ est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus + »

$A-$ est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A et de rhésus − »

A est l'évènement « la personne est de groupe sanguin A »

Partie 1

On note $Rh+$ l'évènement « La personne est de rhésus positif ».

1. Justifier que la probabilité que la personne choisie soit de rhésus positif est égale à 0,849.
2. Démontrer à l'aide des données de l'énoncé que $P_{Rh+}(A) = 0{,}450$ à 0,001 près.
3. Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais a oublié son rhésus. Quelle est la probabilité que son rhésus soit négatif? Arrondir le résultat à 0,001 près.

Partie 2

Dans cette partie, les résultats seront arrondis à 0,001 près.

Un donneur universel de sang est une personne de groupe sanguin O et de rhésus négatif. On rappelle que 6,5 % de la population française est de groupe O−.

1. On considère 50 personnes choisies au hasard dans la population française et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de donneurs universels.
   a. Déterminer la probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels. Justifier votre réponse.
   b. On considère la fonction ci-dessous nommée `proba` d'argument k écrite en langage Python.

```
def proba(k) :
  p=0
  for i in range(k+1) :
    p = p + binomiale(i,50,0.065)
  return p
```

   Cette fonction utilise la fonction binomiale d'argument i,n et p, créée pour l'occasion, qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où X suit une loi binomiale de paramètres n et p.
   Déterminer la valeur numérique renvoyée par la fonction `proba` lorsqu'on saisit `proba(8)` dans la console Python. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Quel est le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à 0,999.

Exercice 2 — 5 points

Cet exercice contient 5 affirmations.
Pour chaque affirmation, répondre par VRAI ou FAUX en justifiant la réponse.
Toute absence de justification ou justification incorrecte ne sera pas prise en compte dans la notation.

Partie 1

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 10 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2.$$

1. **Affirmation 1** : La suite (u_n) est décroissante minorée par 0.
2. **Affirmation 2** : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.
3. **Affirmation 3** : La suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3$ est géométrique.

Partie 2

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = \frac{3}{2}y + 2$ d'inconnue y, fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. **Affirmation 4** : Il existe une fonction constante solution de l'équation différentielle (E).
2. Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$ on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f solution de (E) telle que $f(0) = 0$.
3. **Affirmation 5** : La tangente au point d'abscisse 1 de $\mathscr{C}_f$ a pour coefficient directeur $2\,\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$.

Exercice 3 — 5 points

Partie 1

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 - 4\right) \mathrm{e}^{-x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Déterminer les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Justifier que pour tout réel x, $f'(x) = \left(-x^2 + 2x + 4\right) \mathrm{e}^{-x}$.
3. En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Partie 2

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \displaystyle\int_{-2}^{0} x^n \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$.

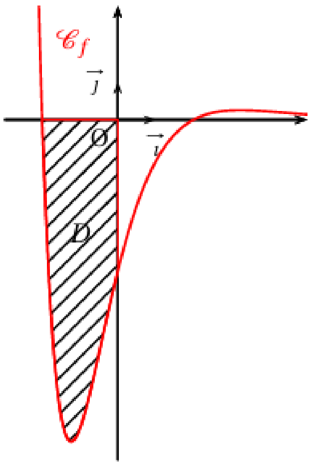
1. Justifier que $I_0 = \mathrm{e}^2 - 1$.
2. En utilisant une intégration par partie, démontrer l'égalité :

$$I_{n+1} = (-2)^{n+1}\mathrm{e}^2 + (n+1)I_n.$$

3. En déduire les valeurs exactes de I_1 et de I_2.

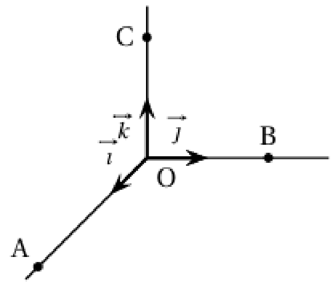
Partie 3

1. Déterminer le signe sur $\mathbb{R}$ de la fonction f définie dans la partie 1.
2. On a représenté ci-contre la courbe $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   Le domaine D du plan hachuré ci-contre est délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
   Calculer la valeur exacte, en unité d'aire, de l'aire S du domaine D.



Exercice 4 — 5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.
On considère les trois points A(3 ; 0 ; 0), B(0 ; 2 ; 0) et C(0 ; 0 ; 2).



L'objectif de cet exercice est de démontrer la propriété suivante :
« Le carré de l'aire du triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des trois autres faces du tétraèdre OABC »,

Partie 1 : Distance du point O au plan (ABC)

1. Démontrer que le vecteur $\vec{n}\,(2\,;\,3\,;\,3)$ est normal au plan (ABC).
2. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x+3y+3z-6=0$.
3. Donner une représentation paramétrique de la droite d passant par O et de vecteur directeur $\vec{n}$.
4. On note H le point d'intersection de la droite d et du plan (ABC).
   Déterminer les coordonnées du point H.
5. En déduire que la distance du point O au plan (ABC) est égale à $\dfrac{3\sqrt{22}}{11}$.

Partie 2 : Démonstration de la propriété

1. Démontrer que le volume du tétraèdre OABC est égal à 2.
2. En déduire que l'aire du triangle ABC est égale à $\sqrt{22}$.
3. Démontrer que pour le tétraèdre OABC, « le carré de l'aire du triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des trois autres faces du tétraèdre ».
   On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V=\dfrac{1}{3}B\times h$ où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est la hauteur relative à cette base.