

EXERCICES – FONCTION CARRÉE

Applications des variations des fonctions de référence

On Explique le fait que la fonction est croissante ou décroissante.

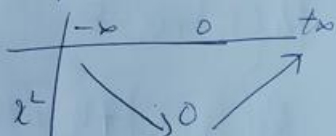
Si f est croissante $\Leftrightarrow a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

Si f est décroissante $\Leftrightarrow a > b \Rightarrow f(a) > f(b)$

Une fonction croissante conserve l'ordre.

Une fonction décroissante change l'ordre.

→ fonction carrée:



→ fonction inverse:



→ fonction cube:



→ fonction racine carrée:



Exercice 0 : Comparaison pour toutes les fonctions de référence

Comparaison ① fn carré

$$3,67 > 3,658 > 0 \Rightarrow (3,67)^2 > (3,658)^2$$

$$0 > -3,78 > -3,796 \Rightarrow (-3,78)^2 < (-3,796)^2$$

Comparaison ② fn inverse

$$1,8 > 1 > 0 \Rightarrow \frac{1}{1,8} < \frac{1}{1}$$

$$-8,5 < -7,8 \Rightarrow \frac{1}{-8,5} > \frac{1}{-7,8}$$

Comparaison ③ fn racine carrée

$$3,8 < 3,9 \Rightarrow \sqrt{3,8} < \sqrt{3,9}$$

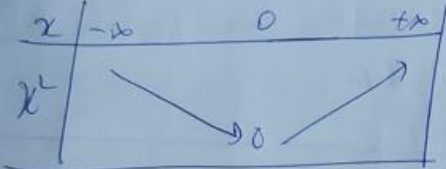
Comparaison ④ fn cube

$$-12 < -9,79 \Rightarrow (-12)^3 < (-9,79)^3$$

$$4 > 2,99 \Rightarrow (4)^3 > (2,99)^3$$

Exercice 1

linéarité, Comparaison, fonction carré

x	-2	0	$+2$
x^2			

$$(-2\sqrt{7})^2 = (-2\sqrt{7}) \times (-2\sqrt{7}) = 4 \times 7 = 28$$

$$(-3\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{3}) \times (-3\sqrt{3}) = 9 \times 3 = 27$$

Car $(-2\sqrt{7})^2 > (-3\sqrt{3})^2 \Rightarrow -2\sqrt{7} < -3\sqrt{3}$

Exercice 2

Vrai ou Faux
 → Chercher
 → Raisonner
 → Justifier

① $a^2 + b^2 = (a+b)^2$ Faux
 $1^2 + 2^2 = 5$ et $(1+2)^2 = 3^2 = 9$ $5 \neq 9$

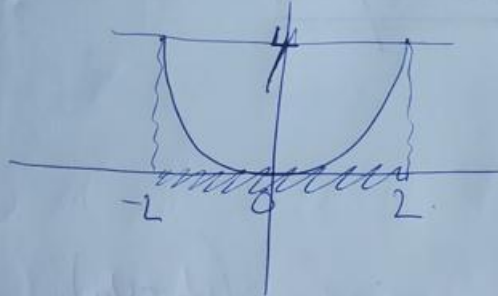
② Si $x=2$ alors $x^2 = 2 \times 2 = 4$ Vrai

③ Si $x^2 = 4$ alors $x=2$ Faux
 Car Si $x^2 = 4 \Rightarrow x = -2$ ou $x = 2$

④ Si $-4 < x < -1 < 0 \Rightarrow (-4)^2 > x^2 > (-1)^2$
 $\Leftrightarrow 16 > x^2 > 1$
 $\Leftrightarrow 1 < x^2 < 16$ Vrai

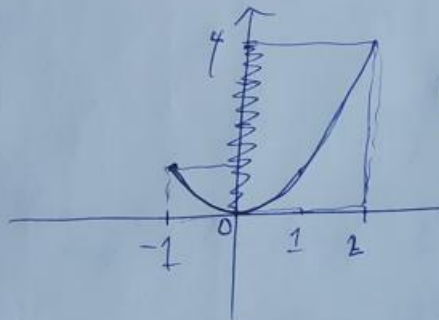
⑤ Si $1 < x^2 < 16 \Rightarrow -4 < x < -1$
 Faux Car $1 < x^2 < 16 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -1 & \text{négatif} \\ \text{ou} \\ 1 < x < 4 & \text{positif} \end{cases}$

⑥ Si $-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x^2 \leq 4$ Vrai



On peut le justifier avec le graphique.

⑦ Si $x \in [-1; 2] \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 4$ Faux



Si $x \in [-1; 2] \Rightarrow 0 \leq x^2 \leq 4$

Exercice 3

Equations Linéaires

① $x^2 = 36 \Leftrightarrow x = -\sqrt{36} \text{ ou } x = \sqrt{36}$
 $\Leftrightarrow x = -6 \text{ ou } x = 6$
 $\Leftrightarrow x \in \{-6, 6\} \Rightarrow S = \{-6, 6\}$

② $x^2 = 11 \Leftrightarrow x = -\sqrt{11} \text{ ou } x = \sqrt{11} \Rightarrow S = \{-\sqrt{11}, \sqrt{11}\}$

③ $x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = -5 \text{ ou } x = 5 \Rightarrow S = \{-5, 5\}$

④ $2x^2 = -32 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{32}{2} \Leftrightarrow x^2 = -16 \Rightarrow S = \emptyset$ impossible

⑤ $3x^2 - 5 = x^2 - 1 \Leftrightarrow 3x^2 - x^2 = 5 - 1$
 $\Leftrightarrow 2x^2 = 4$
 $\Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{2} = 2$
 $\Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \text{ ou } x = \sqrt{2} \Rightarrow S = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$

⑥ $-2x^2 + 6 = 3x^2 \Leftrightarrow 6 = 5x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{6}{5} \Rightarrow S = \{\sqrt{\frac{6}{5}}, -\sqrt{\frac{6}{5}}\}$

⑦ $\frac{x^2 - 1}{3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow S = \{-2, 2\}$

⑧ $\frac{4x^2 - 1}{3} = 5 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = 15 \Leftrightarrow 4x^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Rightarrow S = \{-2, 2\}$

Exercice 4

Inéquations carrées

① $x^2 \leq 64 \Leftrightarrow -\sqrt{64} \leq x \leq \sqrt{64}$
 $\Leftrightarrow -8 \leq x \leq 8$
 $\Leftrightarrow x \in [-8; 8]$

② $x^2 \geq 8 \Leftrightarrow x \leq -\sqrt{8} \text{ ou } x \geq \sqrt{8}$
 $\Leftrightarrow x \in]-\infty; -\sqrt{8}] \text{ ou } x \in [\sqrt{8}; +\infty[$
 $\Leftrightarrow x \in]-\infty; -\sqrt{8}] \cup [\sqrt{8}; +\infty[$

③ $2x^2 \leq 32 \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{32}{2}$
 $\Leftrightarrow x^2 \leq 16$
 $\Leftrightarrow -\sqrt{16} \leq x \leq \sqrt{16}$
 $\Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4$
 $\Leftrightarrow x \in [-4; 4]$

④ $x^2 - 16 > 0 \Leftrightarrow x^2 > 16$
 $\Leftrightarrow x < -4 \text{ ou } x > 4$
 $\Leftrightarrow x \in]-\infty; -4[\cup]4; +\infty[$

Exercice 5

Inéquations canelées

$$① \quad 2x^2 - 3 \leq 6 \Leftrightarrow 2x^2 \leq 9 \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{9}{2} \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{9}{2}} \leq x \leq \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$S = \left[-\sqrt{\frac{9}{2}}; \sqrt{\frac{9}{2}}\right] = \left[-\frac{3}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right]$$

$$② \quad -x^2 + 4 < 2 \Leftrightarrow -x^2 < 2 - 4 \Leftrightarrow -x^2 < -2 \Leftrightarrow x^2 > 2$$

$$S =]-\infty; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; +\infty[$$

$$③ \quad -7x^2 + 5 \leq 2x^2 - 11 \Leftrightarrow -9x^2 \leq -16$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 \geq 16 \Leftrightarrow x^2 \geq \frac{16}{9}$$

$$S = \left]-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup \left[\frac{4}{3}; +\infty\right[$$

$$④ \quad -5x^2 + 10 > x^2 - 8 \Leftrightarrow -6x^2 > -18$$

$$\Leftrightarrow x^2 < 3$$

$$S =]-\sqrt{3}; \sqrt{3}[$$