EXERCICES DE BAC – GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Exercice 1

EXERCICE 2 **5 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$, on considère les points A(1 ; 0 ; 2), B(2 ; 1 ; 0), C(0 ; 1 ; 2) et la droite Δ dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 1+2t \\ y & = & -2+t \\ z & = & 4-t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}.$$

5. On considère le point D défini par la relation vectorielle $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$.

Réponse A : $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires ;

Réponse B : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$;

Réponse C : D a pour coordonnées $(3\,;\,-1\,;\,-1)$;

Réponse D : les points A, B, C et D sont alignés.

Réponse A : $\begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 1 \end{pmatrix}$;

Réponse B : $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$;

Réponse C : $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Réponse D : $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est :

Réponse A : $\left\{\begin{array}{l} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 2 \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

Réponse B : $\left\{\begin{array}{l} x = 2-t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

Réponse C : $\left\{\begin{array}{l} x = 2+t \\ y = 1+t \\ z = 2t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

Réponse D : $\left\{\begin{array}{l} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2-2t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

4. Une équation cartésienne du plan passant par le point C et orthogonal à la droite Δ est :

Réponse A : $x-2y+4z-6=0$;

Réponse B : $2x+y-z+1=0$;

Réponse C : $2x+y-z-1=0$;

Réponse D : $y+2z-5=0$.

Exercice 2

Asie juin 2014 - QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples comportant quatre questions indépendantes. Pour chaque question, une seule des quatre affirmations proposées est exacte.

Dans l'espace, rapporté à un repère orthonormal, on considère les points $A(1\ ;\ -1\ ;\ -1)$, $B(1\ ;\ 1\ ;\ 1)$, $C(0\ ;\ 3\ ;\ 1)$ et le plan $\mathscr{P}$ d'équation $2x + y - z + 5 = 0$.

Question 1

Soit $\mathscr{D}_1$ la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{u}(2\ ;\ -1\ ;\ 1)$ passant par A.
Une représentation paramétrique de la droite $\mathscr{D}_1$ est :

a) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

c) $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = -3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

b) $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

d) $\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Question 2

Soit $\mathscr{D}_2$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

a) La droite $\mathscr{D}_2$ et le plan $\mathscr{P}$ ne sont pas sécants

b) La droite $\mathscr{D}_2$ est incluse dans le plan $\mathscr{P}$.

c) La droite $\mathscr{D}_2$ et le plan $\mathscr{P}$ se coupent au point $E\left(\frac{1}{3}\ ;\ -\frac{7}{3}\ ;\ \frac{10}{3}\right)$.

d) La droite $\mathscr{D}_2$ et le plan $\mathscr{P}$ se coupent au point $F\left(\frac{4}{3}\ ;\ -\frac{1}{3}\ ;\ \frac{22}{3}\right)$.

Question 3

a) L'intersection du plan $\mathscr{P}$ et du plan (ABC) est réduite à un point.
b) Le plan $\mathscr{P}$ et le plan (ABC) sont confondus.
c) Le plan $\mathscr{P}$ coupe le plan (ABC) selon une droite.
d) Le plan $\mathscr{P}$ et le plan (ABC) sont strictement parallèles.

Question 4

Une mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au dixième de degré est égale à :
a) 22,2 ° b) 0,4 ° c) 67,8 ° d) 1,2 °

Exercice 3

Liban juin 2014 - Vrai-Faux

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier chaque réponse.

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x - y + 3z + 1 = 0$ et la droite $\mathscr{D}$ dont une représentation paramétrique est

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

On donne les points A(1 ; 1; 0), B(3 ; 0 ; −1) et C(7 ; 1 ; −2)

Proposition 1 : Une représentation paramétrique de la droite (AB) est $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$

Proposition 2 : Les droites $\mathscr{D}$ et (AB) sont orthogonales.

Proposition 3 : Les droites $\mathscr{D}$ et (AB) sont coplanaires.

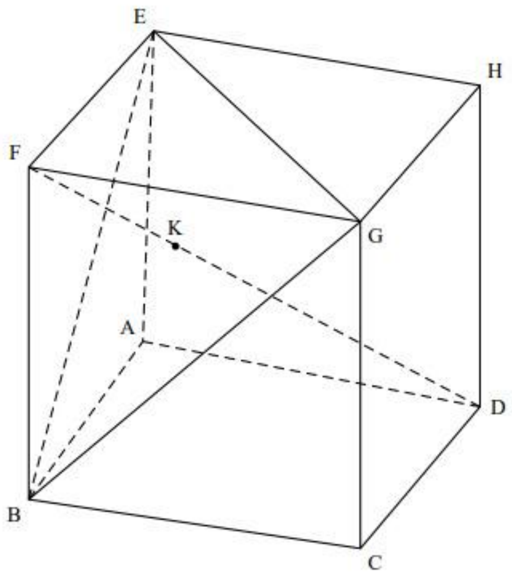
Proposition 4 : La droite $\mathscr{D}$ coupe le plan $\mathscr{P}$ au point E de coordonnées (8; −3; −4).

Proposition 5 : Les plans $\mathscr{P}$ et (ABC) sont parallèles.

Exercice 4

Amérique du Sud novembre 2013

On considère le cube ABCDEFGH, d'arête de longueur 1, représenté ci-dessous et on munit l'espace du repère orthonormé $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.



1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
2) Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (BGE) et déterminer une équation du plan (BGE).
3) Montrer que la droite (FD) est perpendiculaire au plan (BGE) en un point K de coordonnées $K\left(\frac{2}{3} ; \frac{1}{3} ; \frac{2}{3}\right)$.
4) Quelle est la nature du triangle BEG ? Déterminer son aire.
5) En déduire le volume du tétraèdre BEGD.

Exercice 5

EXERCICE 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- La droite $\mathscr{D}$ passant par les points $A(1 ; 1 ; -2)$ et $B(-1 ; 3 ; 2)$.
- La droite $\mathscr{D}'$ de représentation paramétrique : $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & -4+3t \\ y & = & 6-3t \\ z & = & 8-6t \end{array}\right.$ avec $t \in \mathbb{R}$.
- Le plan $\mathscr{P}$ d'équation cartésienne $x + my - 2z + 8 = 0$ où m est un nombre réel.

Question 1 : Parmi les points suivants, lequel appartient à la droite $\mathscr{D}'$?

a. $M_1(-1 ; 3 ; -2)$ **b.** $M_2(11 ; -9 ; -22)$ **c.** $M_3(-7 ; 9 ; 2)$ **d.** $M_4(-2 ; 3 ; 4)$

Question 2 : Un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}'$ est :

a. $\overrightarrow{u_1}\begin{pmatrix}-4\\6\\8\end{pmatrix}$ **b.** $\overrightarrow{u_2}\begin{pmatrix}3\\3\\6\end{pmatrix}$ **c.** $\overrightarrow{u_3}\begin{pmatrix}3\\-3\\-6\end{pmatrix}$ **d.** $\overrightarrow{u_4}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$

Question 3 : Les droites $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont :

a. sécantes **b.** strictement parallèles **c.** non coplanaires **d.** confondues

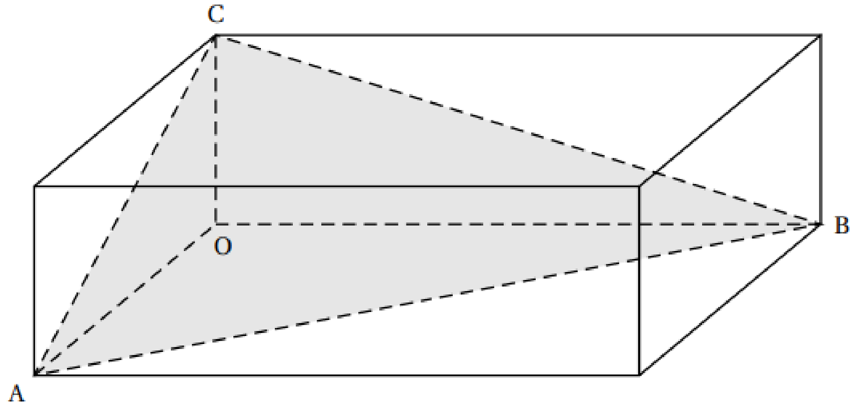
Question 4 : La valeur du réel m pour laquelle la droite $\mathscr{D}$ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ est :

a. $m = -1$ **a.** $m = 1$ **c.** $m = 5$ **d.** $m = -2$

Exercice 6

Exercice 3, commun à tous les candidats **4 points**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$, on considère les points :
A de coordonnées $(2\,;0\,;0)$, B de coordonnées $(0\,;3\,;0)$ et C de coordonnées $(0\,;0\,;1)$.



L'objectif de cet exercice est de calculer l'aire du triangle ABC.

1. **a.** Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\2\\6\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).

   b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $3x+2y+6z-6=0$.

2. On note d la droite passant par O et orthogonale au plan (ABC).

   a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

   b. Montrer que la droite d coupe le plan (ABC) au point H de coordonnées $\left(\frac{18}{49}\,;\,\frac{12}{49}\,;\,\frac{36}{49}\right)$.

   c. Calculer la distance OH.

3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par : $V=\frac{1}{3}\mathscr{B}h$, où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base et h est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.
   En calculant de deux façons différentes le volume de la pyramide OABC, déterminer l'aire du triangle ABC.

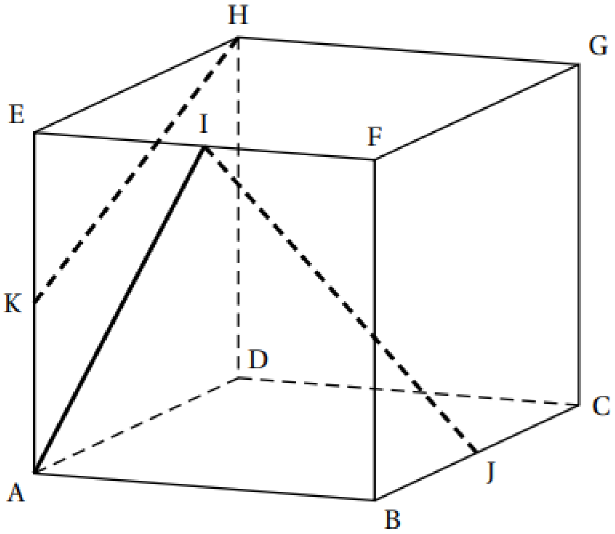
Exercice 7

EXERCICE 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Les questions 1. à 5. de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante

On considère un cube ABCDEFGH. Le point I est le milieu du segment [EF], le point J est le milieu du segment [BC] et le point K est le milieu du segment [AE].



1. Les droites (AI) et (KH) sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse,

Dans la suite, on se place dans le repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

2. **a.** Donner les coordonnées des points I et J.
   b. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$, $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.

On considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x+3y-2z+2=0$ ainsi que les droites d_1 et d_2 définies par les représentations paramétriques ci-dessous :

$$d_1 : \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 3+t \\ y &=& 8-2t \\ z &=& -2+3t \end{array}\right., t\in\mathbb{R} \quad \text{et} \quad d_2 : \left\{\begin{array}{lcl} x &=& 4+t \\ y &=& 1+t \\ z &=& 8+2t \end{array}\right., t\in\mathbb{R}.$$

3. Les droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ? Justifier votre réponse.
4. Montrer que la droite d_2 est parallèle au plan $\mathcal{P}$.
5. Montrer que le point L(4 ; 0 ; 3) est le projeté orthogonal du point M(5 ; 3 ; 1) sur le plan $\mathcal{P}$.