EXERCICES DE BAC – PRIMITIVES

Exercice 1

EXERCICE 1 QCM **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout n entier naturel par

$$u_n = \frac{1+2^n}{3+5^n}.$$

Cette suite :

a. diverge vers $+\infty$

b. converge vers $\frac{2}{5}$

c. converge vers 0

d. converge vers $\frac{1}{3}$.

Question 2 :

Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x^2 \ln x$.
L'expression de la fonction dérivée de f est :

a. $f'(x) = 2x \ln x$.

b. $f'(x) = x(2\ln x + 1)$.

c. $f'(x) = 2$.

d. $f'(x) = x$.

Question 3 :

On considère une fonction h définie et continue sur $\mathbb{R}$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
Variations de h	$-\infty$ ↗	0 ↗	$+\infty$

On note H la primitive de h définie sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.
Elle vérifie la propriété :

a. H est positive sur $]-\infty\,;\,0]$.

b. H est croissante sur $]-\infty\,;\,1]$.

c. H est négative sur $]-\infty\,;\,1]$.

d. H est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 2

EXERCICE 3 5 points **Thème : fonction exponentielle, algorithmique**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. **Affirmation :** La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - x$ est convexe.
2. **Affirmation :** L'équation $(2e^x - 6)(e^x + 2) = 0$ admet $\ln(3)$ comme unique solution dans $\mathbb{R}$.
3. **Affirmation :**
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^x - x} = 0.$$
4. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (6x + 5)e^{3x}$ et F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$F(x) = (2x + 1)e^{3x} + 4$.
Affirmation : F est la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur 5 quand $x = 0$.
5. On considère la fonction `mystere` définie ci-dessous qui prend une liste L de nombres en paramètre.
On rappelle que `len`(L) représente la longueur de la liste L.

```
def mystere(L) :
    S = 0
    for i in range(len(L)) :
        S = S + L[i]
    return S / len(L)
```

Affirmation : L'exécution de `mystere`([1, 9, 9, 5, 0, 3, 6, 12, 0, 5]) renvoie 50.

Exercice 3

EXERCICE 1 QCM **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = xe^x$.
Une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction f est définie par :

A. $F(x) = \dfrac{x^2}{2}e^x$

B $F(x) = (x-1)e^x$

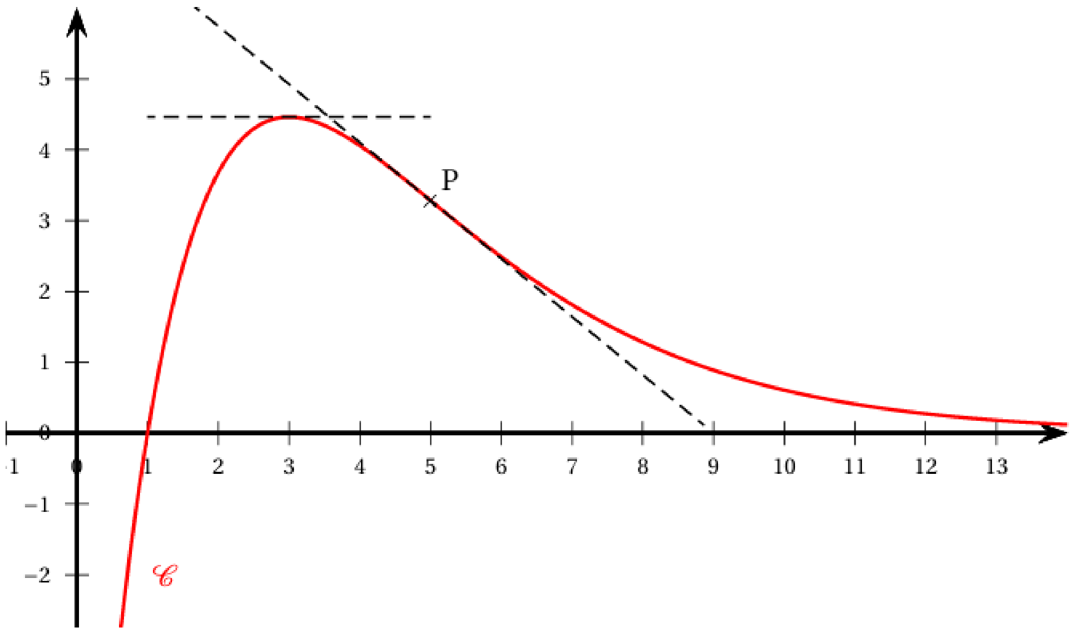
C. $F(x) = (x+1)e^x$

D. $F(x) = \dfrac{2}{x}e^{x^2}$.

Question 2 :

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie et deux fois dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$. On sait que :

- le maximum de la fonction f est atteint au point d'abscisse 3 ;
- le point P d'abscisse 5 est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$.



On a :

A. pour tout $x \in]0\,;\,5[$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe;

B. pour tout $x \in]5\,;\,+\infty[$, $f(x)$ et $f'(x)$ sont de même signe;

C. pour tout $x \in]0\,;\,5[$, $f'(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe;

D. pour tout $x \in]5\,;\,+\infty[$, $f(x)$ et $f''(x)$ sont de même signe.

Question 3 :

On considère la fonction g définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(t) = \dfrac{a}{b + \mathrm{e}^{-t}}$ où a et b sont deux nombres réels.
On sait que $g(0) = 2$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} g(t) = 3$.
Les valeurs de a et b sont :

A. $a = 2$ et $b = 3$

B. $a = 4$ et $b = \dfrac{4}{3}$

C. $a = 4$ et $b = 1$

D. $a = 6$ et $b = 2$

Question 4 :

Alice dispose de deux urnes A et B contenant chacune quatre boules indiscernables au toucher.
L'urne A contient deux boules vertes et deux boules rouges.
L'urne B contient trois boules vertes et une boule rouge.
Alice choisit au hasard une urne puis une boule dans cette urne. Elle obtient une boule verte.
La probabilité qu'elle ait choisi l'urne B est :

A. $\dfrac{3}{8}$

B. $\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{3}{5}$

D. $\dfrac{5}{8}$

Question 5 :

On pose $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{100}$.
Parmi les scripts Python ci-dessous, celui qui permet de calculer la somme S est :

a.
```
def somme_a() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S=1/(k+1)
    return S
```

b.
```
def somme_b() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

c.
```
def somme_c() :
    k = 0
    while S < 100 :
        S = S+1/(k+1)
    return S
```

d.
```
def somme_d() :
    k = 0
    while k < 100 :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

Exercice 4

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x\,\mathrm{e}^{x^2-3}.$$

Une des primitives F de la fonction f sur $\mathbb{R}$ est définie par :

a. $F(x) = 2x\,\mathrm{e}^{x^2-3}$ **b.** $F(x) = \left(2x^2+1\right)\mathrm{e}^{x^2-3}$
c. $F(x) = \dfrac{1}{2}x\,\mathrm{e}^{x^2-3}$ **d.** $F(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2-3}$

2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \mathrm{e}^{2n+1}.$$

La suite (u_n) est :

a. arithmétique de raison 2 ;
b. géométrique de raison e ;
c. géométrique de raison e^2 ;
d. convergente vers e.

Pour les questions **3.** et **4.**, on considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_0 = 15 \quad \text{et pour tout entier naturel } n \quad : u_{n+1} = 1,2u_n + 12.$$

3. La fonction Python suivante, dont la ligne 4 est incomplète, doit renvoyer la plus petite valeur de l'entier n telle que $u_n > 10000$.

```
def seuil() :
    n=0
    u=15
    while ......:
      n=n+1
      u=1,2*u+12
    return(n)
```

À la ligne 4, on complète par :

a. u$\leqslant$ 10000 ;
b. u = 10000
c. u> 10000 ;
d. $n \leqslant 10000$.

4. On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 60$.
La suite (v_n) est :

a. une suite décroissante ;
b. une suite géométrique de raison 1,2 ;
c. une suite arithmétique de raison 60 ;
d. une suite ni géométrique ni arithmétique.