EXERCICES – PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1

QCM

Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte.
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB} = (5\,;\,1)$ et $\overrightarrow{BC} = (-4\,;\,7)$.
Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$ vaut :

a) -27 b) -13 c) 13 d) 27

2) Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB} = (4\,;\,3)$ et $\overrightarrow{AC} = (3\,;-1)$.
L'angle géométrique $\widehat{BAC}$ vaut au dégré près :

a) 55° b) 60° c) 45° d) 50°

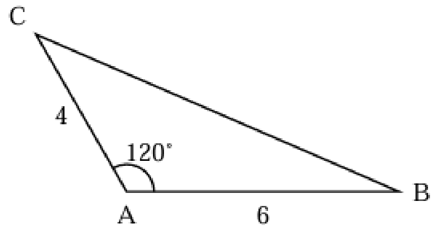
3) Soit un triangle ABC tel que : $AB = 4$, $AC = 2$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$.
La longueur BC à 10^{-1} près vaut :

a) $3,4$ b) $3,5$ c) $5,2$ d) $5,3$

3) Soit un triangle ABC tel que $AB = 6$, $AC = 4$ et $BC = 5$. Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ vaut :

a) 27 b) $\frac{5}{2}$ c) 0 d) $\frac{27}{2}$

Soit la figure suivante :



4) Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ vaut :

a) 12 b) $12\sqrt{3}$ c) -12 d) $-12\sqrt{3}$

5) L'aire du triangle ABC vaut :

a) 6 b) $6\sqrt{3}$ c) $-6\sqrt{3}$ d) $24\sqrt{3}$

Exercice 2

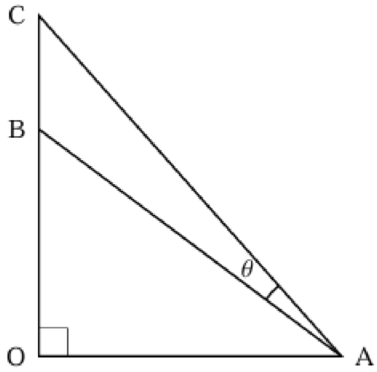
ABCD est un rectangle tel que $AB = 5$ et $AD = 2$.
Soit un point M sur le segment [CD] tel que $CM = 4$.

1) Faire une figure.
2) Développer et calculer $(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB})$.
3) En déduire la nature du triangle ABM

Exercice 3

On donne la figure suivant avec $OA = 16$, $OB = 12$ et $BC = 6$.

1) Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = OA^2 + OB \times OC$
2) Calculer les valeurs exactes des longueurs AB et AC
3) Calculer les valeurs exactes de $\cos\theta$ et de θ puis donner une valeur approchée de θ en degré au dixième près.



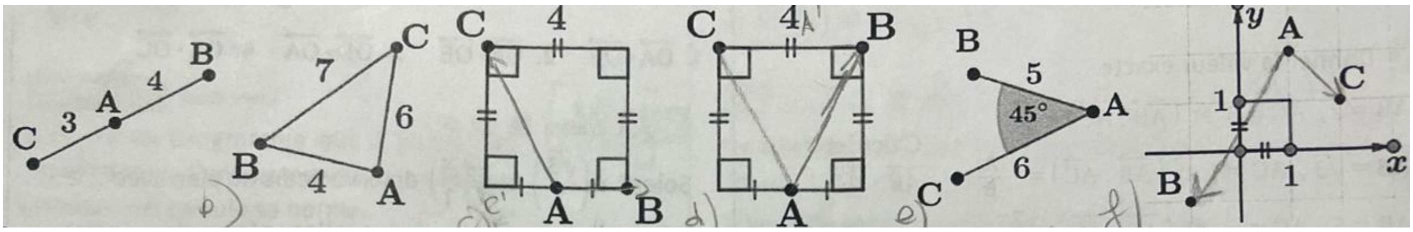
Exercice 4

Soit un triangle ABC tel que $AB = 56$, $AC = 77$ et $BC = 60$.

1) Quelle relation permet de calculer l'angle $\widehat{BAC}$ en fonction des trois longueurs du triangle. Donner cette relation.
2) Déterminer la valeur exacte de $\widehat{BAC}$ puis en donner une valeur approchée au degré près.
3) Par la même méthode, déterminer la valeur exacte de $\widehat{ABC}$ puis en donner une valeur approchée au degré près.

Exercice 5

Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} * \overrightarrow{AC}$ – Détailler les calculs.



Exercice 6

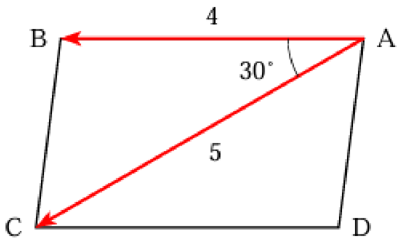
Soit un triangle MAB et soit I le milieu de $[AB]$.

1) Démontrer que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$.
2) En appliquant cette formule à un triangle MAB rectangle en M, quelle propriété connue retrouve-t-on ?
3) En appliquant cette formule à un triangle MAB tel que $MA = 4$, $MB = 6$ et $AB = 7$, calculer la longueur de la médiane issue de M.

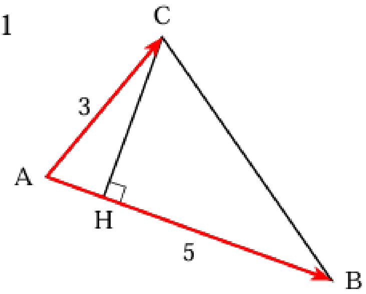
Exercice 7

Dans chaque cas déterminer le produit scalaire : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
On détaillera les calculs.

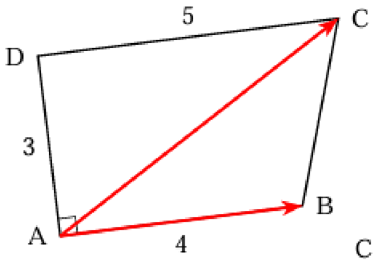
1) ABCD parallèlogramme



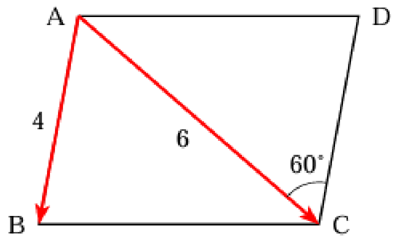
2) AH = 1



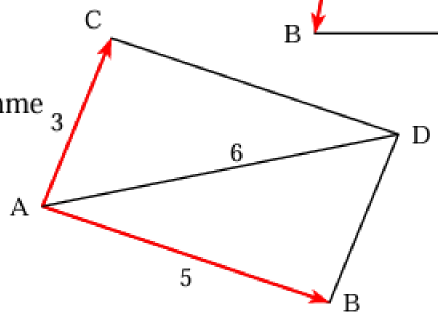
3) ABCD est un trapèze rectangle



4) ABCD est un parallélogramme

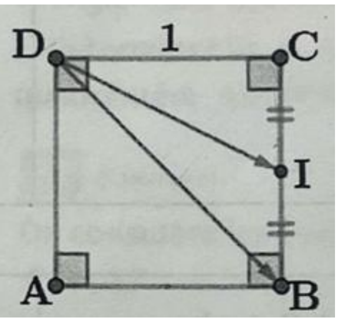


5) ABDC est un parallélogramme



Exercice 8

ABCD est un carré de côté 1.
I est le milieu de [BC].
En calculant de deux manières $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{DB}$,
déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BDI}$ à 0,1 degré près.



Exercice 9

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$, $AC = 8$ et $BC = 10$.

Quelles sont les longueurs des médianes de ce triangles ?

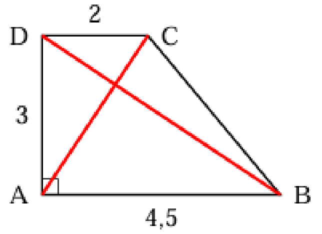
Exercice 10

1) On les points $A(-2\ ;\ 5)$, $B(4\ ;\ 3)$ et $C(1\ ;-6)$.

   Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et en déduire la nature du triangle ABC.

2) Sur la figure suivante ABCD est un trapèze rectangle.

   À l'aide d'un repère judicieusement bien choisi, montrer que les diagonales du trapèze sont orthogonales.



3) Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont orthogonales dans les cas suivants :

   a) $A(2\,;\,4)$, $B(4\,;-3)$, $C(6\,;\,3)$, $D(-1\,;\,1)$

   b) $A(\sqrt{3}\,;\,8)$, $B(\sqrt{2}\,;\,3)$, $C(-2\,;-\sqrt{2})$, $D(3\,;-\sqrt{3})$

Exercice 11

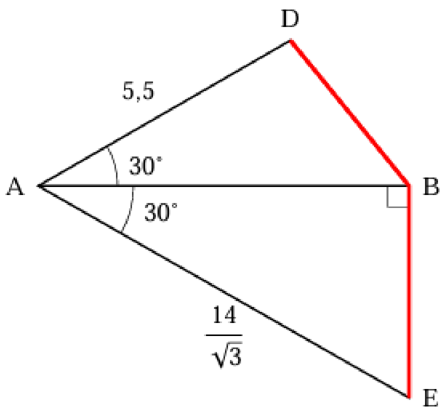
1) a) Tracer le triangle ABC tel que : AB = 3cm ; AC = 4,3 cm et BC = 6,7 cm.

   On laissera les traits de construction apparents.

   b) Déterminer les valeurs exactes des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ puis en donner une valeur approchée au dixième de degré près.

2) Déterminer la longueur du chemin E-B-D. On expliquera clairement la méthode utilisée.

   On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée au mm près.



Exercice 12

1) Soit deux points A et B tels que AB = 6.

   a) Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M tels que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 12$.

   b) Déterminer l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M tels que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = -5$

   c) Représenter les ensembles $\mathscr{D}$ et $\mathscr{C}$ en prenant le cm comme unité.

2) Soit ABC un triangle et I le milieu du segment [BC].

   a) Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant : $\overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$.

   Aide : On pourra introduire le point I.

   b) On donne $A(4\,;\,4)$, $B(0\,;\,0)$ et $C(5\,;\,0)$. L'unité étant le cm.

   Représenter l'ensemble (E).