

EXERCICES – PRODUIT SCALAIRE

Exercice 1

QCM

Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB} = (5; 1)$ et $\overrightarrow{BC} = (-4; 7)$.

Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CB}$ vaut :

- a) -27 b) -13 c) 13 d) 27

2) Dans un repère orthonormé, on a : $\overrightarrow{AB} = (4; 3)$ et $\overrightarrow{AC} = (3; -1)$.

L'angle géométrique $\widehat{BAC}$ vaut au degré près :

- a) 55° b) 60° c) 45° d) 50°

3) Soit un triangle ABC tel que : $AB = 4$, $AC = 2$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

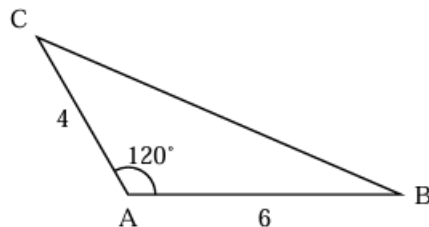
La longueur BC à 10^{-1} près vaut :

- a) 3,4 b) 3,5 c) 5,2 d) 5,3

3) Soit un triangle ABC tel que $AB = 6$, $AC = 4$ et $BC = 5$. Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ vaut :

- a) 27 b) $\frac{5}{2}$ c) 0 d) $\frac{27}{2}$

Soit la figure suivante :



4) Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ vaut :

- a) 12 b) $12\sqrt{3}$ c) -12 d) $-12\sqrt{3}$

5) L'aire du triangle ABC vaut :

- a) 6 b) $6\sqrt{3}$ c) $-6\sqrt{3}$ d) $24\sqrt{3}$

Exercice 2

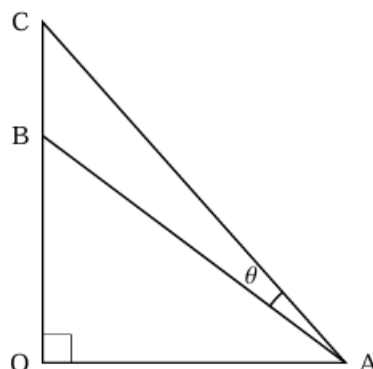
ABCD est un rectangle tel que $AB = 5$ et $AD = 2$.
Soit un point M sur le segment [CD] tel que $CM = 4$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Développer et calculer $(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB})$.
- 3) En déduire la nature du triangle ABM

Exercice 3

On donne la figure suivant avec $OA = 16$, $OB = 12$ et $BC = 6$.

- 1) Justifier que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = OA^2 + OB \times OC$
- 2) Calculer les valeurs exactes des longueurs AB et AC
- 3) Calculer les valeurs exactes de $\cos \theta$ et de θ puis donner une valeur approchée de θ en degré au dixième près.



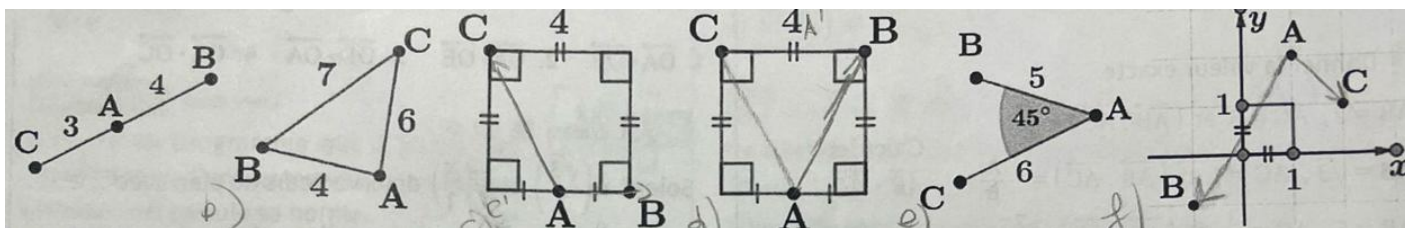
Exercice 4

Soit un triangle ABC tel que $AB = 56$, $AC = 77$ et $BC = 60$.

- 1) Quelle relation permet de calculer l'angle $\widehat{BAC}$ en fonction des trois longueurs du triangle. Donner cette relation.
- 2) Déterminer la valeur exacte de $\widehat{BAC}$ puis en donner une valeur approchée au degré près.
- 3) Par la même méthode, déterminer la valeur exacte de $\widehat{ABC}$ puis en donner une valeur approchée au degré près.

Exercice 5

Dans chaque cas, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ – Détailler les calculs.



Exercice 6

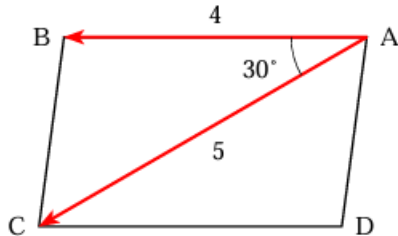
Soit un triangle MAB et soit I le milieu de $[AB]$.

- 1) Démontrer que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$.
- 2) En appliquant cette formule à un triangle MAB rectangle en M , quelle propriété connue retrouve-t-on ?
- 3) En appliquant cette formule à un triangle MAB tel que $MA = 4$, $MB = 6$ et $AB = 7$, calculer la longueur de la médiane issue de M .

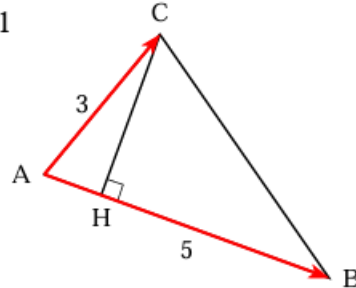
Exercice 7

Dans chaque cas déterminer le produit scalaire : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
On détaillera les calculs.

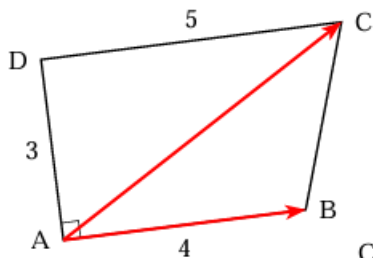
1) ABCD parallélogramme



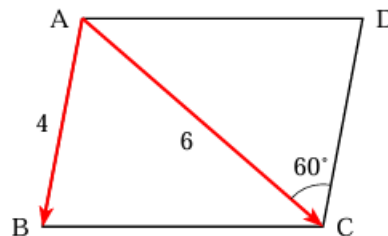
2) AH = 1



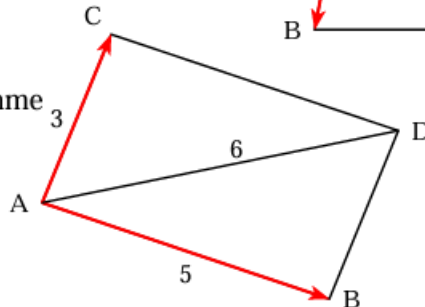
3) ABCD est un trapèze rectangle



4) ABCD est un parallélogramme



5) ABDC est un parallélogramme

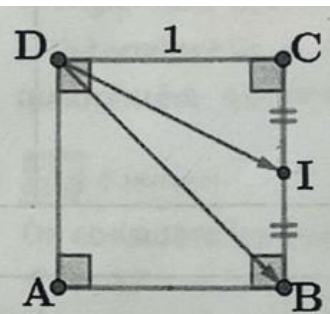


Exercice 8

ABCD est un carré de côté 1.

I est le milieu de [BC].

En calculant de deux manières $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{DB}$,
déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BDI}$ à 0,1 degré près.



Exercice 9

Soit ABC un triangle tel que $AB = 6$, $AC = 8$ et $BC = 10$.

Quelles sont les longueurs des médianes de ce triangle ?

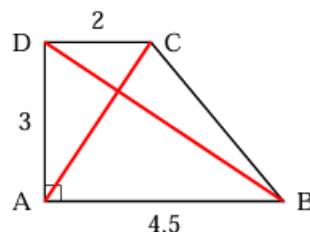
Exercice 10

- 1) On les points $A(-2 ; 5)$, $B(4 ; 3)$ et $C(1 ; -6)$.

Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et en déduire la nature du triangle ABC.

- 2) Sur la figure suivante ABCD est un trapèze rectangle.

À l'aide d'un repère judicieusement bien choisi, montrer que les diagonales du trapèze sont orthogonales.



- 3) Déterminer si les droites (AB) et (CD) sont orthogonales dans les cas suivants :

- a) $A(2 ; 4)$, $B(4 ; -3)$, $C(6 ; 3)$, $D(-1 ; 1)$
b) $A(\sqrt{3} ; 8)$, $B(\sqrt{2} ; 3)$, $C(-2 ; -\sqrt{2})$, $D(3 ; -\sqrt{3})$

Exercice 11

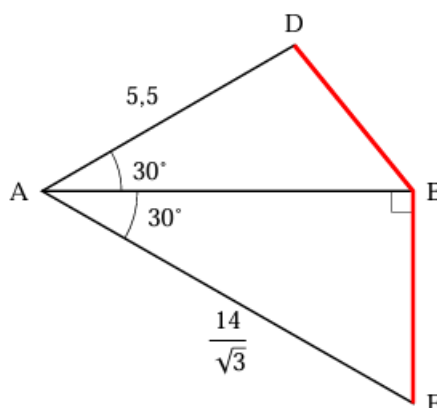
- 1) a) Tracer le triangle ABC tel que : $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4,3\text{ cm}$ et $BC = 6,7\text{ cm}$.

On laissera les traits de construction apparents.

- b) Déterminer les valeurs exactes des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ puis en donner une valeur approchée au dixième de degré près.

- 2) Déterminer la longueur du chemin E-B-D.
On expliquera clairement la méthode utilisée.

On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée au mm près.



Exercice 12

- 1) Soit deux points A et B tels que $AB = 6$.

- a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}$ des points M tels que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 12$.
b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{C}$ des points M tels que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = -5$
c) Représenter les ensembles $\mathcal{D}$ et $\mathcal{C}$ en prenant le cm comme unité.

- 2) Soit ABC un triangle et I le milieu du segment [BC].

- a) Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant : $\overrightarrow{MA} \cdot (\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$.
Aide : On pourra introduire le point I.

- b) On donne $A(4 ; 4)$, $B(0 ; 0)$ et $C(5 ; 0)$. L'unité étant le cm.
Représenter l'ensemble (E).